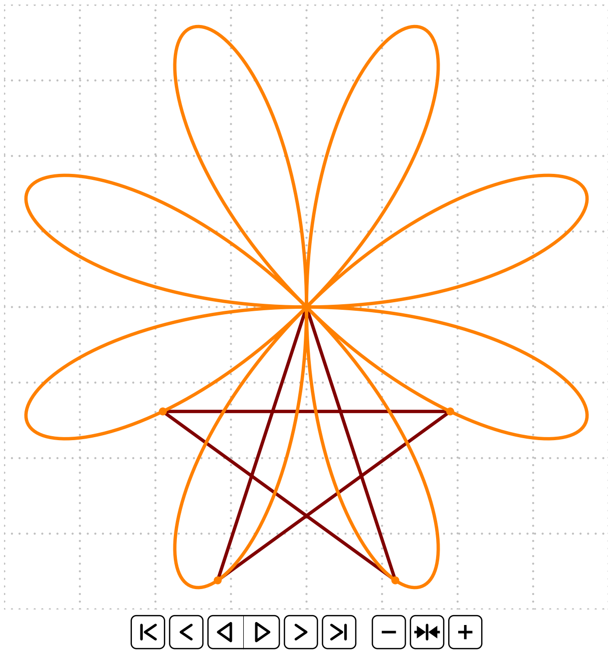
Dessiner les roses de Maurer

manuel.luque27@gmail.com

19/07/2020

1 Présentation

À partir de l'équation polaire d'une rosace (rhodonea, rose) : $r = \sin(n\theta)$ ou ($r = \cos(n\theta)$), Peter M. Maurer, dans l'article "A Rose is a Rose..."[1], imagine[2] de tracer des segments de droite joignant une succession de points de la rosace définis par $\theta = \theta_0 + kd$, d est l'incrément, jusqu'à revenir au point de départ. Il prend $\theta_0 = 0$ et il remarque que le nombre de traits pour revenir au point de départ vaut $\dfrac{360}{\text{PGCD}(360,d)}$ si n est pair et $\dfrac{180}{\text{PGCD}(360,d)}$ si n est impair, n fixant le nombre de pétales suivant la parité($2n$ si pair et n si impair). Si d et 360 ou 180 selon n, sont premiers entre eux, le polygone aura un grand nombre de côtés, par exemple si $d = 97$ et n pair, on tracera $\dfrac{360}{1} = 360$ traits pour revenir au point de départ, c'est l'algorithme A. Mais Peter M. Maurer fait une autre remarque : "*Beaucoup de dessins ne contiennent que quelques lignes, et beaucoup se composent d'un seul point. Il serait esthétiquement agréable de se débarrasser de ces figures dégénérées*". Par exemple si $d = 72$ et $n = 4$, la suite de lignes se ferme au bout de 5 traits. Pour remédier à ce problème il propose l'algorithme B. Schématiquement, il consiste à répéter l'algorithme A, mais en décalant chaque fois l'origine initiale θ_0, Peter M. Maurer donne un exemple, en voici un autre avec $d = 72$ et $n = 4$:

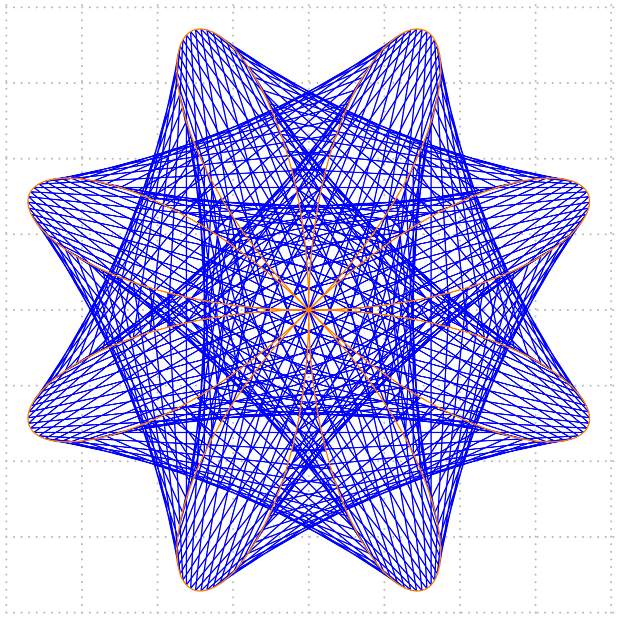


L'angle initial est décalé de 6° à chaque étape.

L'algorithme B consistant à superposer toutes étapes avec un pas de 1° (qu'on peut choisir plus grand si le dessin est trop touffu).

[1] The American Mathematical Monthly,Vol. 94, No. 7 (Aug. - Sep., 1987), pp. 631-645

[2] Il semble probable que l'idée lui soit venue des tableaux réalisés avec des fils tendus à partir de pointes fichées sur une planche(string art) et qu'on illustre en géométrie par les courbes enveloppes de droites.



```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\psMaurerRose[unit=4,linewidth=0.25pt,linecolor=orange,rose,rosecolor=blue]
\end{pspicture
```

Dans son article, Peter M. Maurer ne considère que le cas où le nombre de divisions est 360, cependant on peut obtenir une plus grande variété de figures en considérant le cas de z divisions de 360 avec $z \leqslant 360$, c'est ce qu'on fait Jay Warendorff dans son adaptation à Mathematica[3] et Gregg Helt dans son article : “A Rose by Any Other Name…” [4], d'où les équations :

$$\theta = (\theta_0 + kd)\frac{360}{z} \quad ; \quad r = \sin(n\theta)$$

$$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ y = r\sin(\theta) \end{cases}$$

Pour une valeur initiale donnée, on revient au point de départ lorsque $\theta = 0$, lorsque le nombre d'étapes sera égal à : $\lfloor \frac{360}{\mathrm{PGCD}(d,z)} \rfloor$. Si z et d sont premiers entre eux, la ligne fermée sera composée de 360 traits.

2 La commande \psMaurerRose[options]

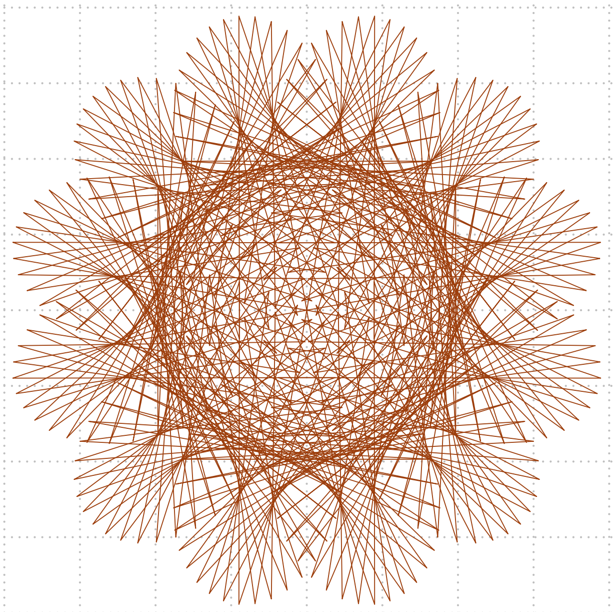
Les paramètres optionnels, dont les valeurs par défaut sont indiquées, sont les suivants :

1. `[n=4]` ; entier, paramètre de la rosace initiale (voir équation) :
2. `[d=72]` : incrément en degrés ;
3. `[z=360]` : nombre de divisions :
4. `[t0=0]` : angle initial en degrés ;
5. `[dt=1]` : si le dessin est peu clair, augmentez dt pour diminuer le nombre de lignes.
6. `[algorithm=B]` : choix de l'algorithme (A ou B).
7. `[rosecolor=black]` : couleur de la rosace de Maurer.
8. Le booléen `[rose=false]` : dessine la rosace initiale de paramètre n avec la couleur de l'option de PSTricks `[linecolor= ]`. Ne s'utilisera que si n est petit.
9. Le booléen `[showpoints=false]` : option de PSTricks, elle permet de marquer les points avec la couleur fixée par `[linecolor= ]`.

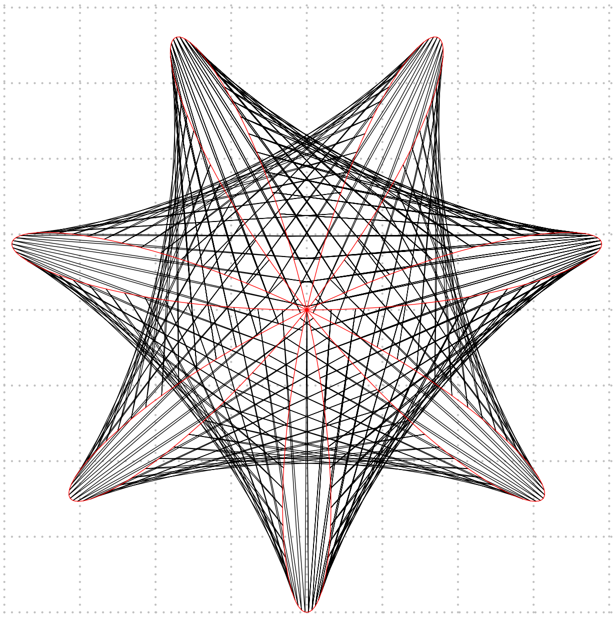
[3] https://demonstrations.wolfram.com/MaurerRoses/
[4] https://archive.bridgesmathart.org/2016/bridges2016-445.pdf

3 Exemples

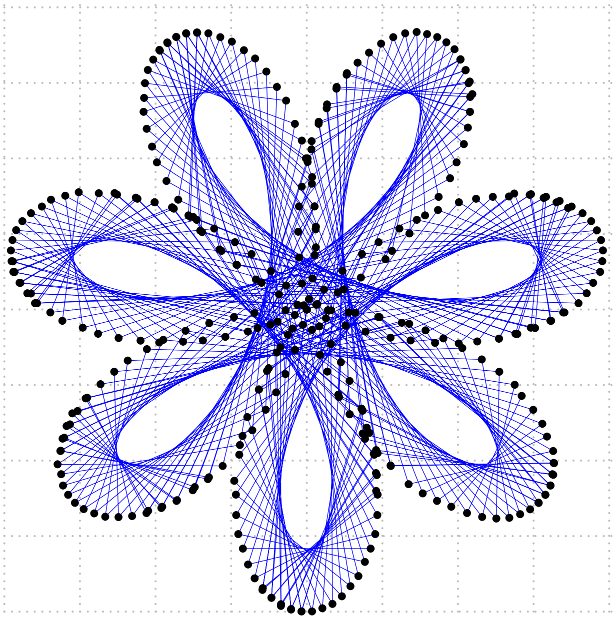
Un exemple a été donné dans la présentation, en voici quelques autres qui sont une réplique de ceux affichés par défaut par Jay Warendorff.



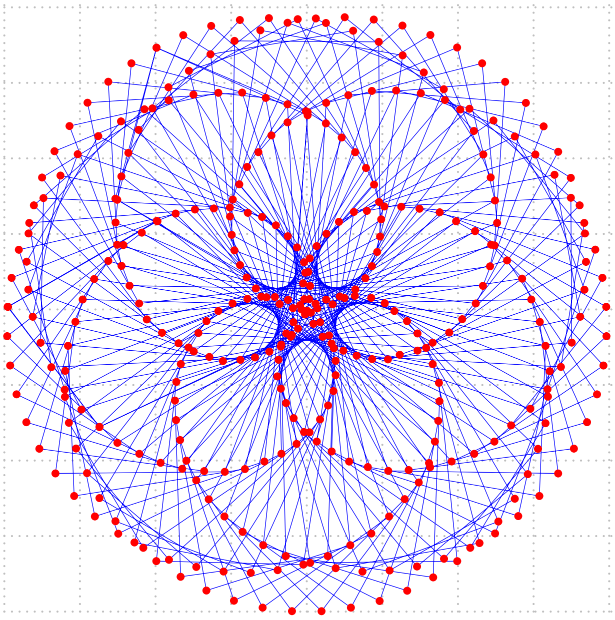
```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\psset{unit=4,linewidth=0.25pt}%
\psMaurerRose[linecolor=red,rosecolor=blue,n=118,d=100]
\end{pspicture}
```



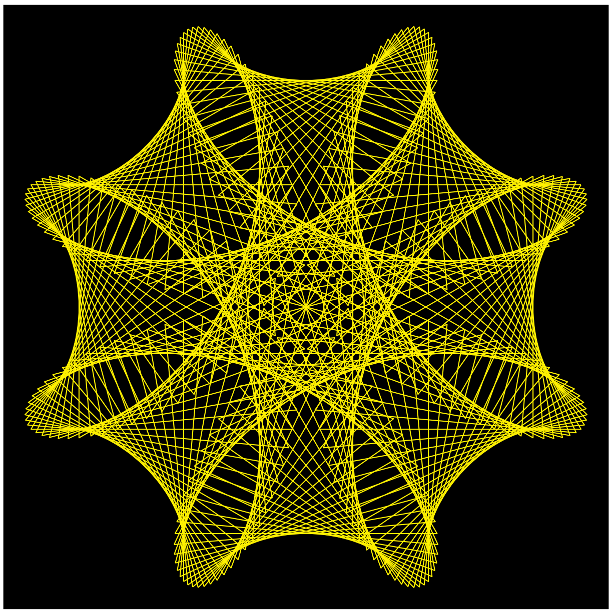
```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\psset{unit=4,linewidth=0.25pt}%
\psMaurerRose[linecolor=orange,n=7,d=68,z=271,rose]
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\psset{unit=4,linewidth=0.25pt}%
\psMaurerRose[linecolor=black,rosecolor=blue,n=359,d=158,z=271,showpoints]
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\psset{unit=4,linewidth=0.25pt}%
\psMaurerRose[linecolor=red,rosecolor=blue,n=193,d=147,z=353,showpoints]
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\psframe*(-4,-4)(4,4)
\psset{unit=4,linewidth=0.4pt}%
\psMaurerRose[rosecolor=yellow,n=4,d=120]
\end{pspicture}
```

4 Prolongements possibles

Gregg Helt étend le concept aux valeurs de n fractionnaires ou irrationnelles. Il en tire des variations spectaculaires[5] en nuançant les couleurs des segments en fonction de leurs longueurs, il utilise pour cela JWildfire, mais je n'ai pas vu beaucoup de détails sur la façon de procéder.

[5] https://www.genomancer.org/favorite-maurer-lines/