

Variations sur les polynômes de Legendre

manuel.luque27@gmail.com

04/06/2020

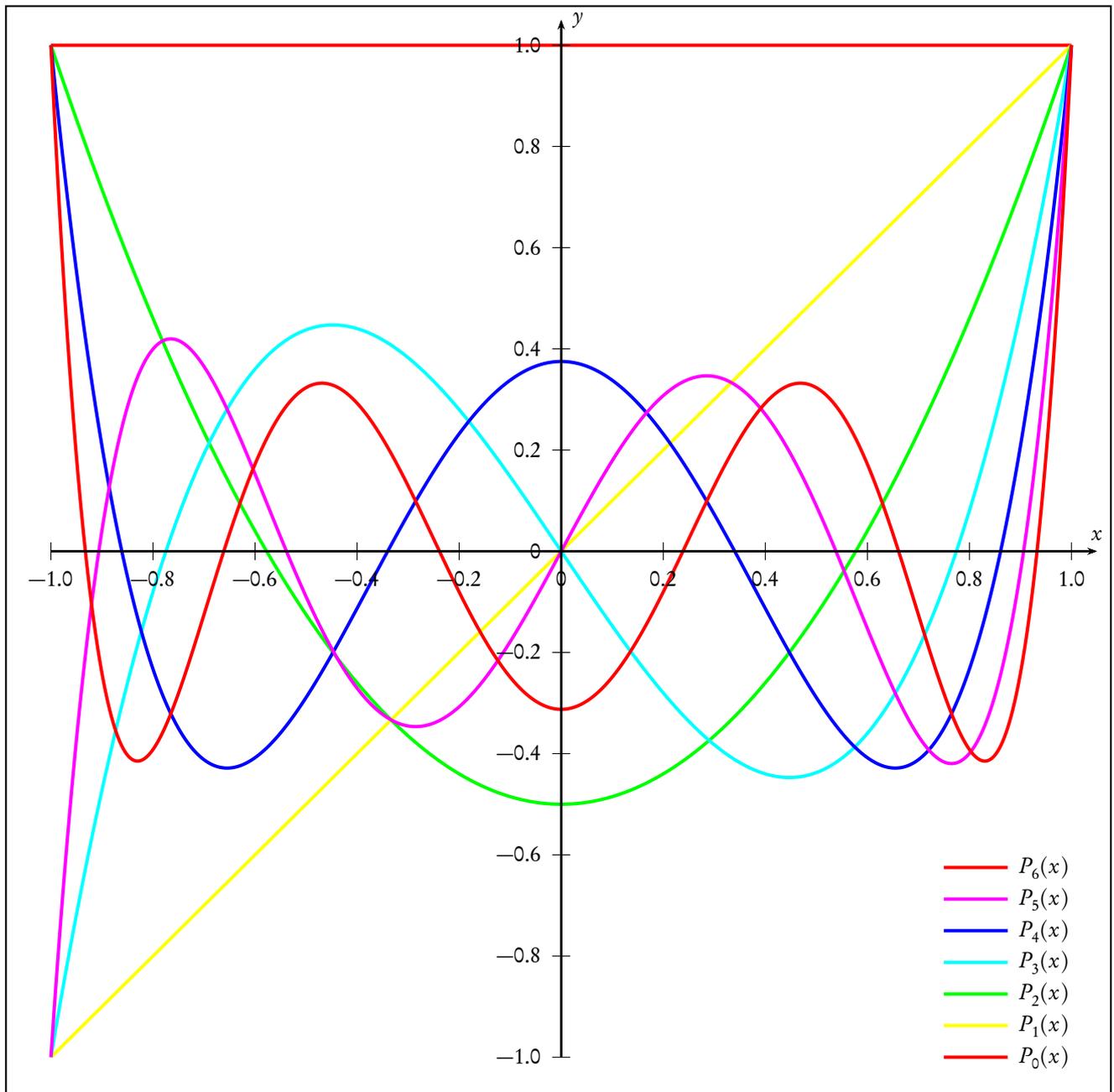
1 Présentation

Ce sont quelques exemples d'utilisation des polynômes de Legendre, soit pour simplement les représenter en coordonnées cartésiennes, en polaire ou comme outils pour faire de petits tableaux géométriques à prétention artistique.

2 Représentation des polynômes de Legendre en coordonnées cartésiennes

Ils sont définis ici par la formule de récurrence de Bonnet¹ et dessinés avec la commande `\psLegendre{n}{couleur}`. Le premier argument est l'indice du polynôme et le second la couleur du tracé. J'ai pris exemple sur la réalisation de Stephen Wolfram [PlotsOfLegendrePolynomials](#) avec Mathematica.

¹https://en.wikipedia.org/wiki/Legendre_polynomials



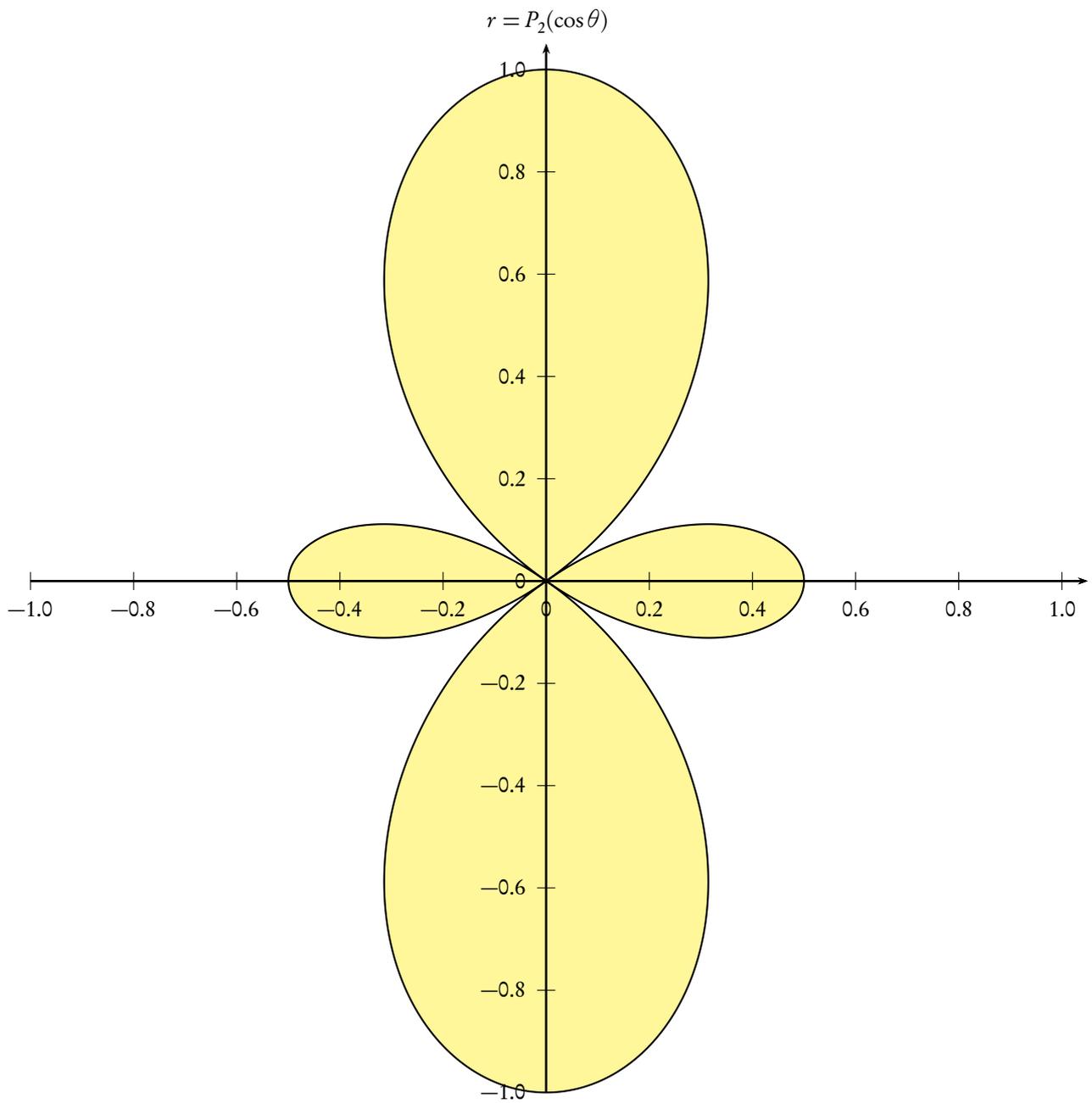
```

\begin{pspicture}(-8.5,-8.5)(8.5,8.5)
{\psset{linewidth=1.5pt}
\multido{\i=0+1}{7}{\definecolor[ps]{mycolor}{hsb}{\i\space 6 div 1 1}\psLegendre{\i}{mycolor}
\rput(!6 -8 \i\space 2 div add){\psline[linecolor=mycolor](1,0)\uput[r](1,0){$P_{\i}(x)$}}}
\psaxes[Dx=0.2,Dy=0.2,unit=8]{->}(0,0)(-1,-1)(1.05,1.05)[$x$,90][$y$,0]
\end{pspicture}

```

3 Représentation polaire

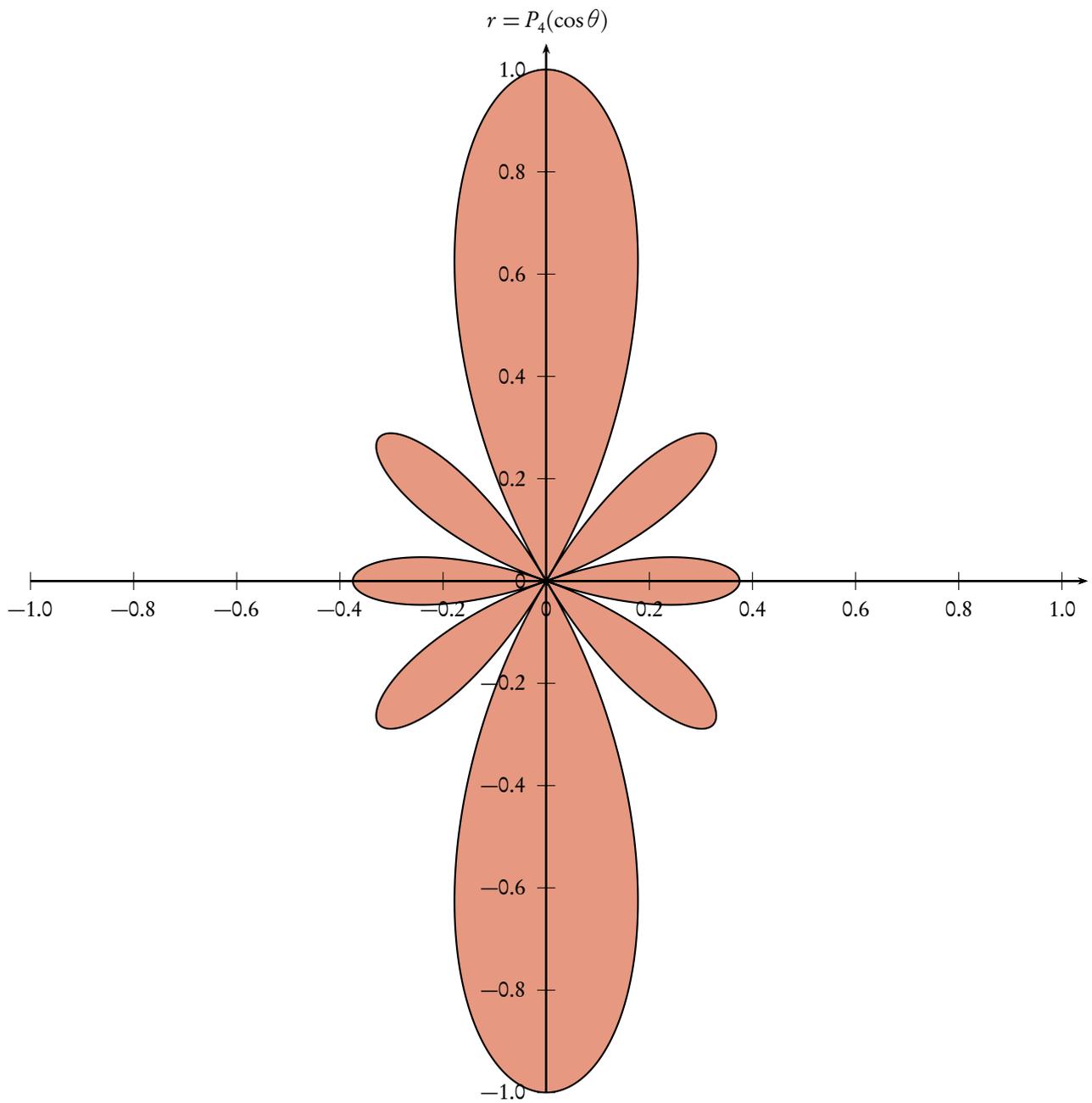
J'ai pris exemple sur la réalisation de Stephen Wolfram réalisée avec Mathematica : [Polar Plots of Legendre Polynomials](#). La commande `\psPolarLegendre{n}{couleur}` comprend 2 arguments, le premier est l'indice du polynôme et le second la couleur de remplissage.



```

\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psPolarLegendre{2}{yellow!50}
\psaxes[Dx=0.2,Dy=0.2,unit=8]{->}(0,0)(-1,-1)(1.05,1.05)[$ $,0] [$r=P_2(\cos\theta)$,90]
\end{pspicture}

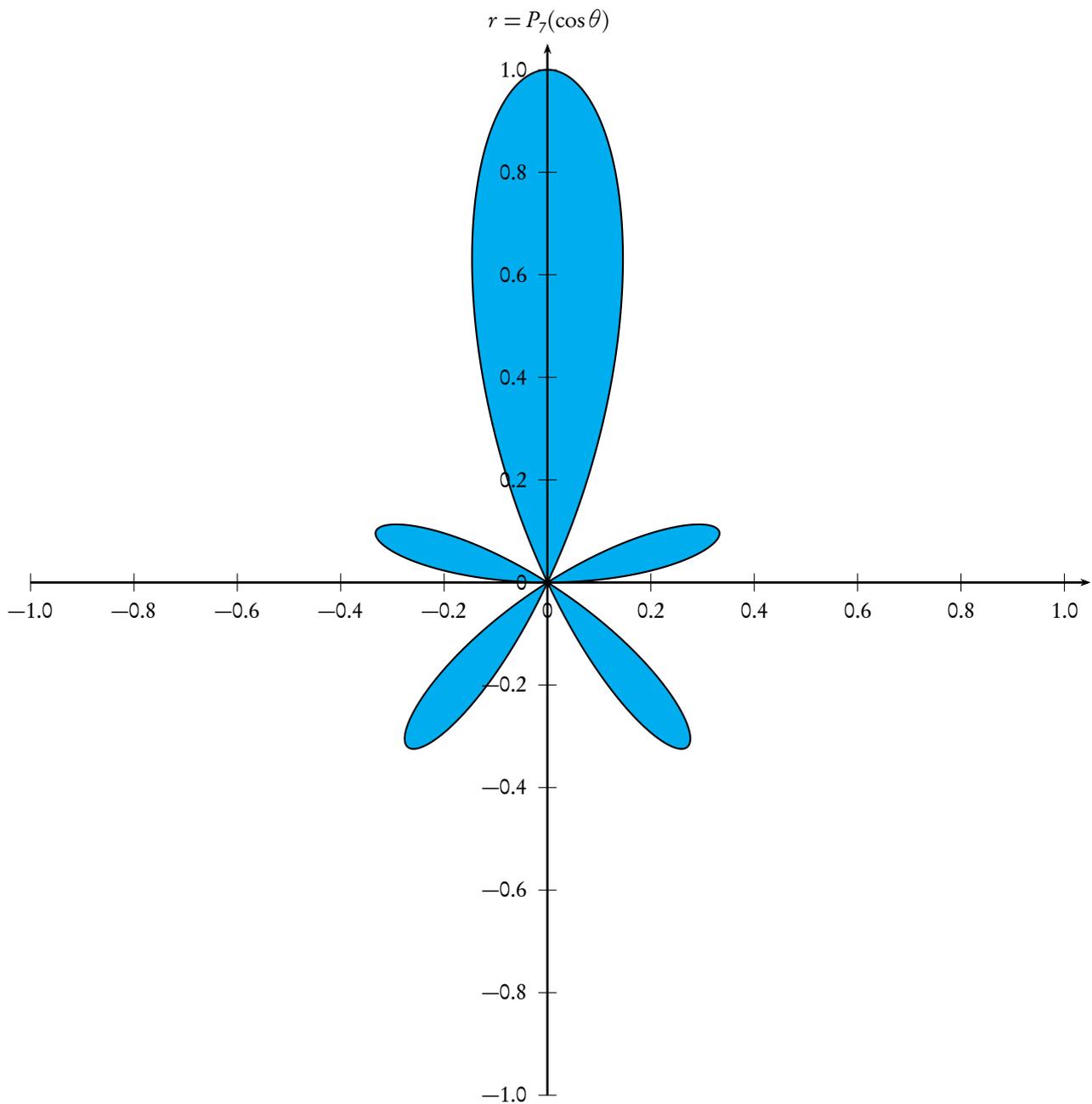
```



```

\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psPolarLegendre{4}{green!20!red!50}
\psaxes[Dx=0.2,Dy=0.2,unit=8]{->}(0,0)(-1,-1)(1.05,1.05)[$$,0][$r=P_4(\cos\theta)$,90]
\end{pspicture}

```



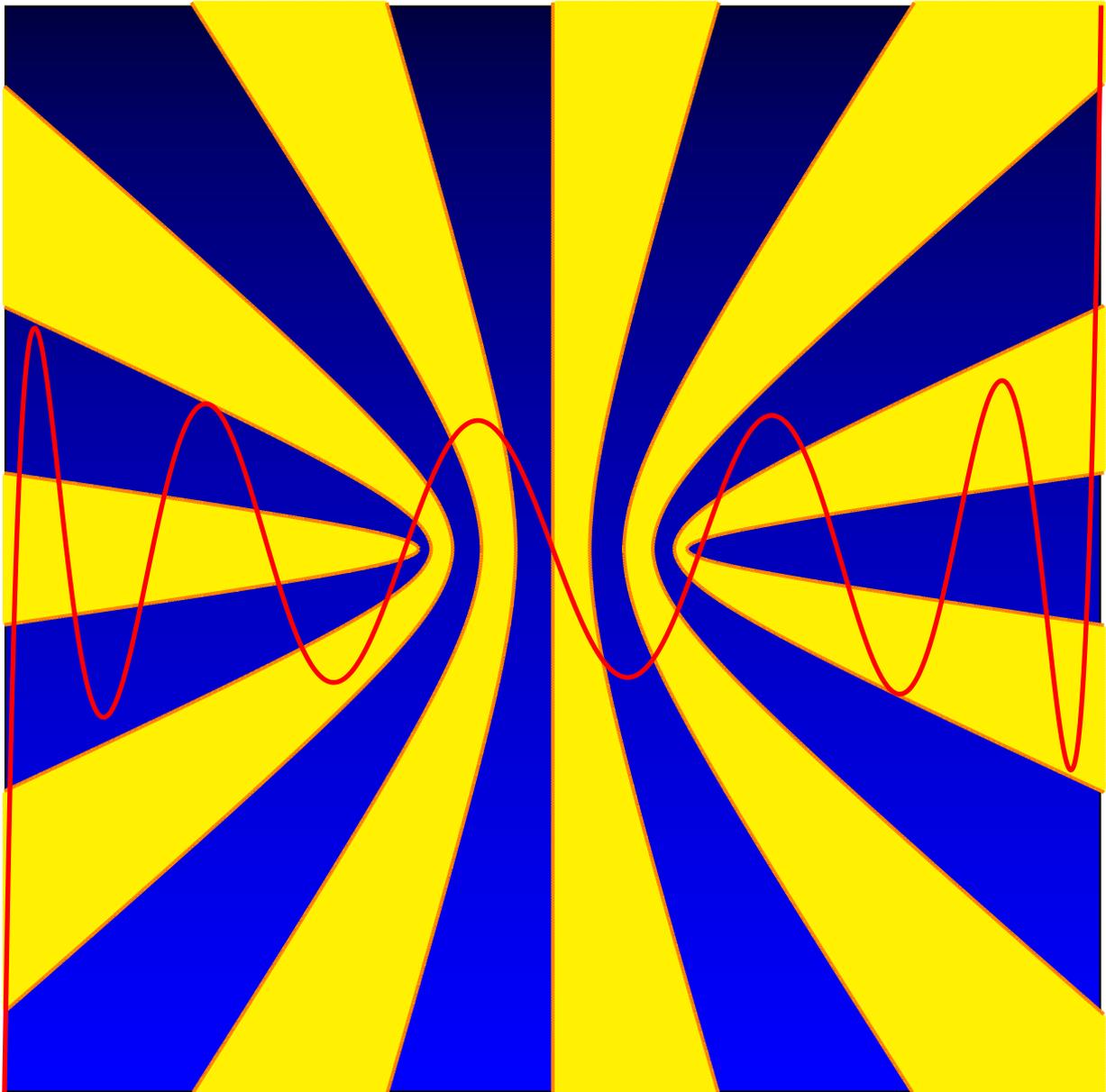
```

\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psPolarLegendre{7}{cyan}
\psaxes[Dx=0.2,Dy=0.2,unit=8]{->}(0,0)(-1,-1)(1.05,1.05)[$ $,0] [$r=P_5(\cos\theta)$,90]
\end{pspicture}

```

4 Petit tableau avec les polynômes de Legendre

J'utilise les polynômes de Legendre en notation complexe avec le package [pst-contourplot](#), la commande postscript est notée `[x y] n LegendreP`, dont on prend la partie réelle ou imaginaire suivant le résultat retenu.



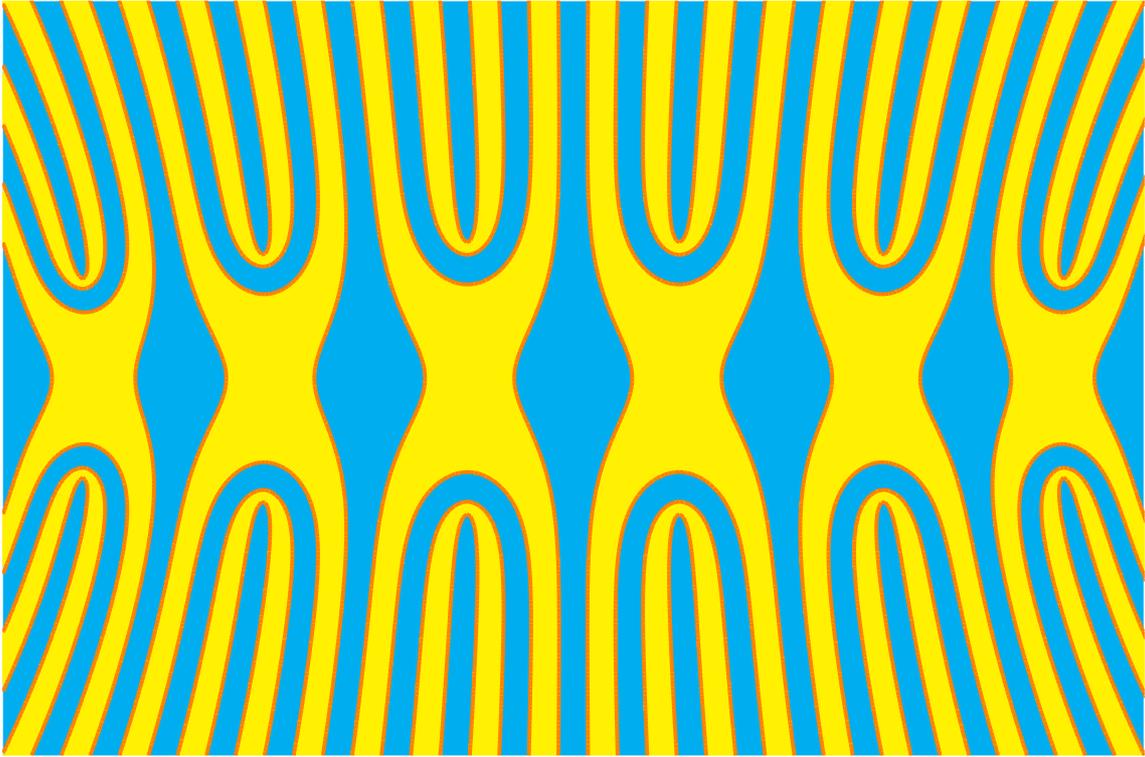
```

\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psframe[fillstyle=slope,slopeangle=90,slopebegin={[rgb]{0 0 1}},slopeend={[rgb]{0 0 0.25}}](-8,-8)(8,8)
\psset{a=0.02,fillcolor=yellow,Fill}
% partie réelle
\psContourPlot[function={[x y] 11 LegendreP ReZ},linecolor=orange,unit=2,linewidth=1.5pt](-4,-4)(4,4)
\psset{linewidth=2pt}\psLegendre{11}{red}
\end{pspicture}

```

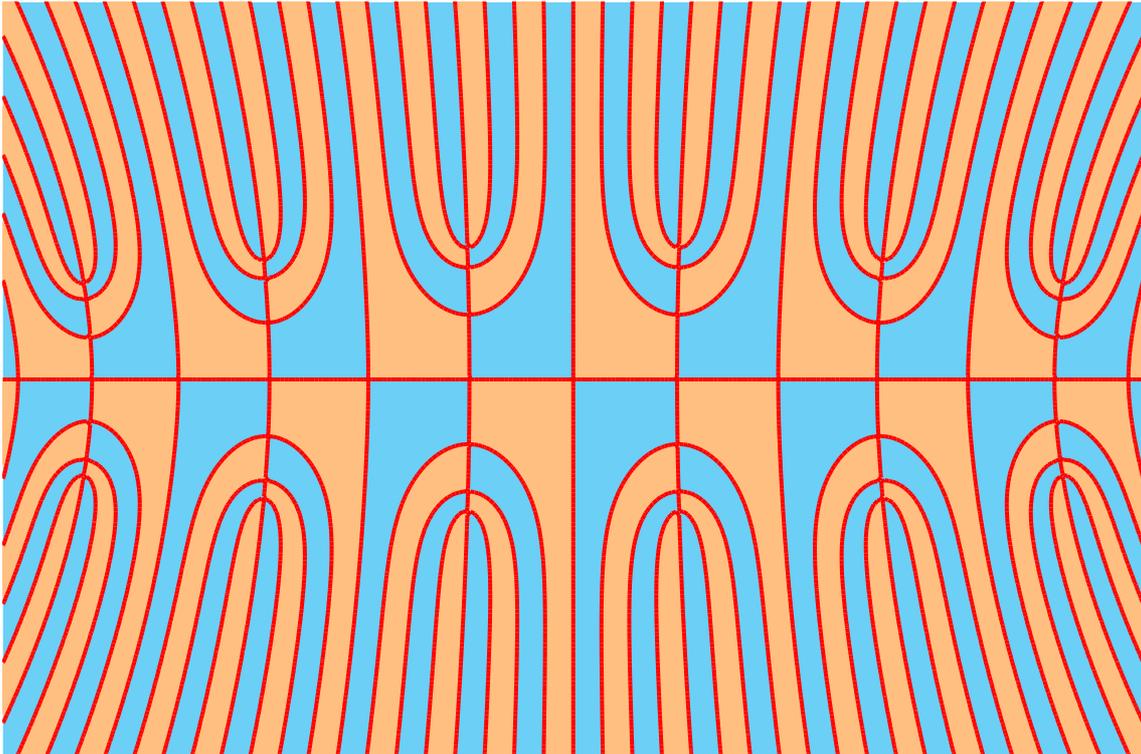
5 Combinaison de 2 polynômes pour d'autres petits tableaux

On conserve la partie réelle du résultat.



```
\begin{center}
\begin{pspicture}(-7.5,-5)(7.5,5)
\psframe*[linecolor=cyan](-7.5,-5)(7.5,5)
\psset{a=0.005,linewidth=1.5pt,fillcolor=yellow,Fill}
\psContourPlot[unit=10,function={[x y] 11 LegendreP 8 LegendreP ReZ}](-0.75,-0.5)(0.75,0.5)
\end{pspicture}
\end{center}
```

On conserve la partie imaginaire du résultat.



```
\begin{center}
  \begin{pspicture}(-7.5,-5)(7.5,5)
    \psframe*[linecolor=cyan!50](-7.5,-5)(7.5,5)
    \psset{a=0.005,linewidth=1.5pt,Fill,fillcolor=orange!50,linecolor=red}
    \psContourPlot[unit=10,function={[x y] 11 LegendreP 8 LegendreP ImZ}](-0.75,-0.5)(0.75,0.5)
  \end{pspicture}
\end{center}
```