

Petits tableaux avec les polynômes de Gegenbauer (v. 2.0)

manuel.luque27@gmail.com

30/05/2020

1 Présentation

Dans son livre “*The Mathematica GuideBook for Symbolics*”, (2006 Springer Science+Business Media, Inc.), Michael Trott propose aux pages 825 et 826 d'utiliser les polynômes de Gegenbauer (en \mathbb{C}) pour réaliser de petits tableaux. Je ne suis pas arrivé à les recréer exactement, mais j'ai utilisé son idée en l'adaptant à PSTricks avec `pst-contourplot` et la définition des polynômes de Gegenbauer contenue dans le fichier “`pst-operations-on-complex-numbers.pro`”. Voici la méthode et quelques résultats. Je précise que les calculs sont assez longs (il faut mériter les tableaux) même avec Mathematica. Tout d'abord le code de Mathematica relevé dans le livre :

```
Table[ContourPlot[Re[GegenbauerC[24,  $\alpha$ Exp[I $\varphi$ ], z]], {z,-2,2}, { $\alpha$ ,-16,16},Contours->{0}], { $\varphi$ , 0, Pi/2, Pi/4}]
```

$$C_0^\alpha(z) = 1$$

$$C_1^\alpha(z) = 2\alpha z$$

$$C_n^\alpha(z) = \frac{1}{n} [2z(n + \alpha - 1)C_{n-1}^\alpha(z) - (n + 2\alpha - 2)C_{n-2}^\alpha(z)]$$

La variable qui correspond à α est une variable complexe dans le code de Mathematica, elle vaut : $\alpha \exp(i\varphi)$ avec $-16 < \alpha < 16$ et $\varphi \in \{0, \pi/2, \pi/4\}$, donc 3 cas, 3 tableaux.

Avec `pst-contourplot`, la fonction se code de la façon suivante :

```
\psContourPlot[function={[x y] n y [a b] Irmul GegenbauerC ReZ}](-8,-8)(8,8)
```

[a b]=a+ib est un nombre complexe qui, si l'on conserve les valeurs données par Michael Trott, vaudra dans les 3 cas, en codant avec postscript : [1 0], [0 1] et [2 sqrt 2 div dup].

y joue le rôle multiplicateur de α et varie entre $-8 < y < 8$, on évitera de dépasser ces limites, quant à l'indice n il restera inférieur à 24, sinon on pourra jouer sur le paramètre qui fixe la précision des calculs [a=] au détriment de la résolution du dessin. Les rôles de x et y pourront être intervertis. Voici ces 3 cas, suivant la parité de n la figure change.

2 Exemple 1

n est pair.



```
\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psframe[fillstyle=slope,slopeangle=90,slopesteps=100,
slopebegin={[rgb]{0 0 1}},
slopeend={[rgb]{0 0 0.25}}](-8,-8)(8,8)
\psset{a=0.04,linewidth=1pt,fillcolor=yellow,Fill,linecolor=orange}
\psContourPlot[function={[x y] 18 y [1 0] Irmul GegenbauerC ReZ}](-8,-8)(8,8)
\end{pspicture}
```

n est pair.



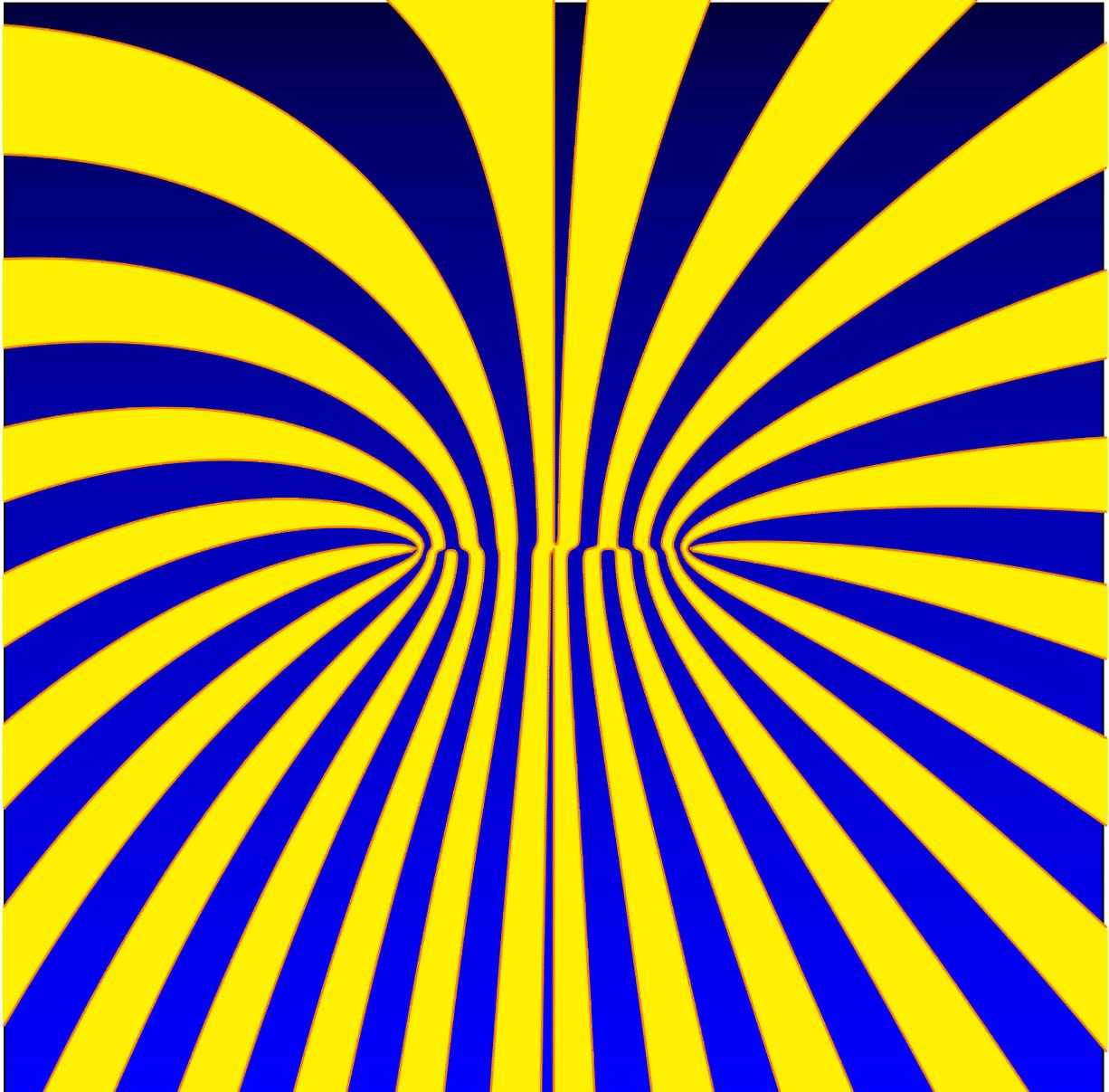
```
\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psframe[fillstyle=slope,slopeangle=90,slopesteps=100,
slopebegin={rgb}{0 0 1}},
slopeend={rgb}{0 0 0.25}}](-8,-8)(8,8)
\psset{a=0.04,linewidth=1pt,fillcolor=yellow,Fill,linecolor=orange}
\psContourPlot[function={[x y] 19 y [1 0] Irmul GegenbauerC ReZ}](-8,-8)(8,8)
\end{pspicture}
```

3 Exemple 2



```
\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psframe[fillstyle=slope,slopeangle=90,
        slopebegin={[rgb]{0 0 1}},slopeend={[rgb]{0 0 0.25}}](-8,-8)(8,8)
\psset{a=0.04,linewidth=1pt,fillcolor=yellow,Fill,linecolor=orange}
\psContourPlot[function={[x y] 24 y [0 1] Irmul GegenbauerC ReZ}](-8,-8)(8,8)
\end{pspicture}
```

4 Exemple 3



```
\begin{pspicture}(-8,-8)(8,8)
\psframe[fillstyle=slope,slopeangle=90,slopesteps=100,
        slopebegin={[rgb]{0 0 1}},
        slopeend={[rgb]{0 0 0.25}}](-8,-8)(8,8)
\psset{a=0.05,linewidth=1pt,fillcolor=yellow,Fill,linecolor=orange}
\psContourPlot[function={[x y] 23 x [2 sqrt 2 div dup] Irmul GegenbauerC ReZ}](-4,-4)(4,4)
\end{pspicture}
```