Probabilités : distribution binomiale cumulative avec xint

Thomas Söll Jürgen Gilg
Remerciements à Jean-François Burnol !

18 janvier 2020

1 Distribution binomiale cumulative

La distribution binomiale est une distribution de probabilité qui modélise le nombre de succès obtenus lors de la répétition indépendante de plusieurs expériences aléatoires identiques. Si la probabilité d'un succès a un tirage est p, la probabilité d'obtenir k succès lors de n tirages est $P[X=k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = B_{n;p}(k)$.

La probabilité d'obtenir au plus k succès s'appelle la distribution cumulative binomiale et est donnée par

$$P[X \leq k] = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} = F_{n;p}(k).$$

Pour l'exemple suivant on a choisi : $p = 0,6$, $n = 5$

2 Table

$x_i = k$	0	1	2	3	4	5
$P(X=k) = B_{5;0.6}(k)$	0.010240	0.076800	0.230400	0.345600	0.259200	0.077760
$P(X \leq k) = F_{5;0.6}(k)$	0.010240	0.087040	0.317440	0.663040	0.922240	1.000000

3 Distribution binomiale cumulative – les formules

- Sorte $P_{5;0.6}(a \leq X \leq b) = F_{5;0.6}(b) - F_{5;0.6}(a-1)$:
  `$P_{\myN;\myP}(1\leq X\leq 3)=F_{\myN;\myP}(3)-F_{\myN;\myP}(0)=\BinAleqXleqB{n1}{p1}{1}{3}$`
  $P_{5;0.6}(1 \leq X \leq 3) = F_{5;0.6}(3) - F_{5;0.6}(0) = 0.652800$
- Sorte $P_{n;p}(a < X \leq b) = F_{n;p}(b) - F_{n;p}(a)$:
  `$P_{\myN;\myP}(1 < X\leq 3)=F_{\myN;\myP}(3)-F_{\myN;\myP}(1)=\BinAlXleqB{n1}{p1}{1}{3}$`
  $P_{5;0.6}(1 < X \leq 3) = F_{5;0.6}(3) - F_{5;0.6}(1) = 0.576000$
- Sorte $P_{n;p}(a \leq X < b) = F_{n;p}(b-1) - F_{n;p}(a-1)$:
  `$P_{\myN;\myP}(1 \leq X < 3)=F_{\myN;\myP}(2)-F_{\myN;\myP}(0)=\BinAleqXlB{n1}{p1}{1}{3}$`
  $P_{5;0.6}(1 \leq X < 3) = F_{5;0.6}(2) - F_{5;0.6}(0) = 0.307200$
- Sorte $P_{n;p}(a < X < b) = F_{n;p}(b-1) - F_{n;p}(a)$:
  `$P_{\myN;\myP}(1 < X < 3)=F_{\myN;\myP}(2)-F_{\myN;\myP}(1)=\BinAlXlB{n1}{p1}{1}{3}$`
  $P_{5;0.6}(1 < X < 3) = F_{5;0.6}(2) - F_{5;0.6}(1) = 0.230400$
- Sorte $P_{n;p}(X \geq b) = 1 - F_{n;p}(b-1)$:
  `$P_{\myN;\myP}(X \geq 3)=1-F_{\myN;\myP}(2)=\XcalcR{1-BinSum(n1,p1,0,2)}$`
  $P_{5;0.6}(X \geq 3) = 1 - F_{5;0.6}(2) = 0.682560$
- Sorte $P_{n;p}(X > b) = 1 - F_{n;p}(b)$:
  `$P_{\myN;\myP}(X > 3)=1-F_{\myN;\myP}(3)=\XcalcR{1-BinSum(n1,p1,0,3)}$`
  $P_{5;0.6}(X > 3) = 1 - F_{5;0.6}(3) = 0.336960$