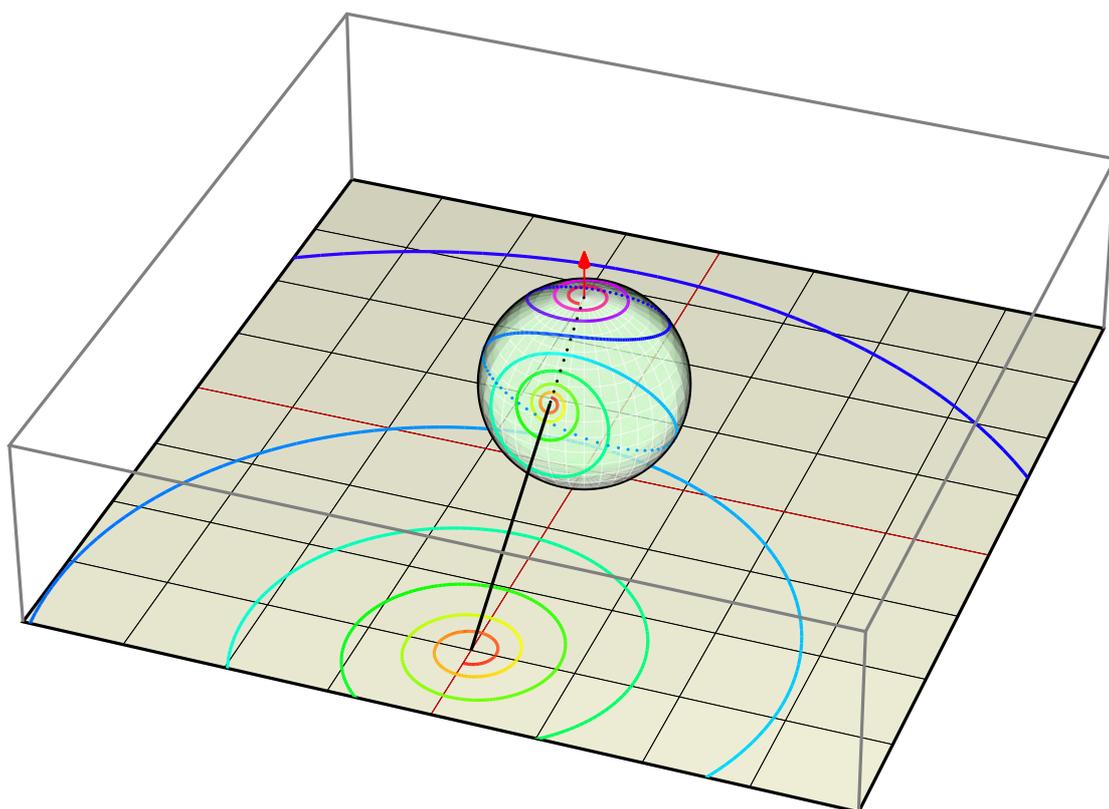


# Projection stéréographique inverse de la spirale logarithmique

manuel.luque27@gmail.com

20 mars 2021



## 1 Présentation

C'est la réalisation d'Erik Mahieu avec Mathematica :

<https://demonstrations.wolfram.com/InverseStereographicProjectionOfTheLogarithmicSpiral/> qui m'a donné envie de réaliser quelque chose d'équivalent avec PStricks. Bien sûr Mathematica possède des outils très puissants, ce qui n'enlève rien au talent d'Erik Mahieu ainsi qu'aux très nombreux auteurs qui déposent leurs applications sur la plate-forme : <https://demonstrations.wolfram.com/>.

Deux commandes additionnelles à `pst-solides3d` ont été nécessaires : `\listplotIIID[options]`, qui avait déjà été utilisée dans plusieurs exemples, comme :

<http://pstricks.blogspot.com/2018/05/les-attracteurs-de-lorenz-rossler-et.html>

<http://pstricks.blogspot.com/2012/10/swinging-atwoods-machine-animation-en-3d.html> et `\psInverseStereographicLogarithmicSpiral[options]` qui sera détaillée par la suite.

## 2 Les relations

Pour l'établissement des relations de la "Projection stéréographique inverse", on se reportera à :

<http://pstricks.blogspot.com/2021/03/projection-stereographique-inverse.html>

Je donne ici uniquement les résultats :

$$\begin{cases} x = \frac{4X}{X^2 + Y^2 + 4} \\ y = \frac{4Y}{X^2 + Y^2 + 4} \\ z = \frac{X^2 + Y^2 - 4}{X^2 + Y^2 + 4} \end{cases}$$

$(X, Y)$  sont les coordonnées d'un point dans le plan  $z = -1$  (tangent au pôle sud de la sphère unité) et  $(x, y, z)$  les coordonnées du point correspondant sur la sphère.

L'équation de la spirale logarithmique dans le plan ( $z = -1$ ) centrée en  $(X_C, Y_C)$  :

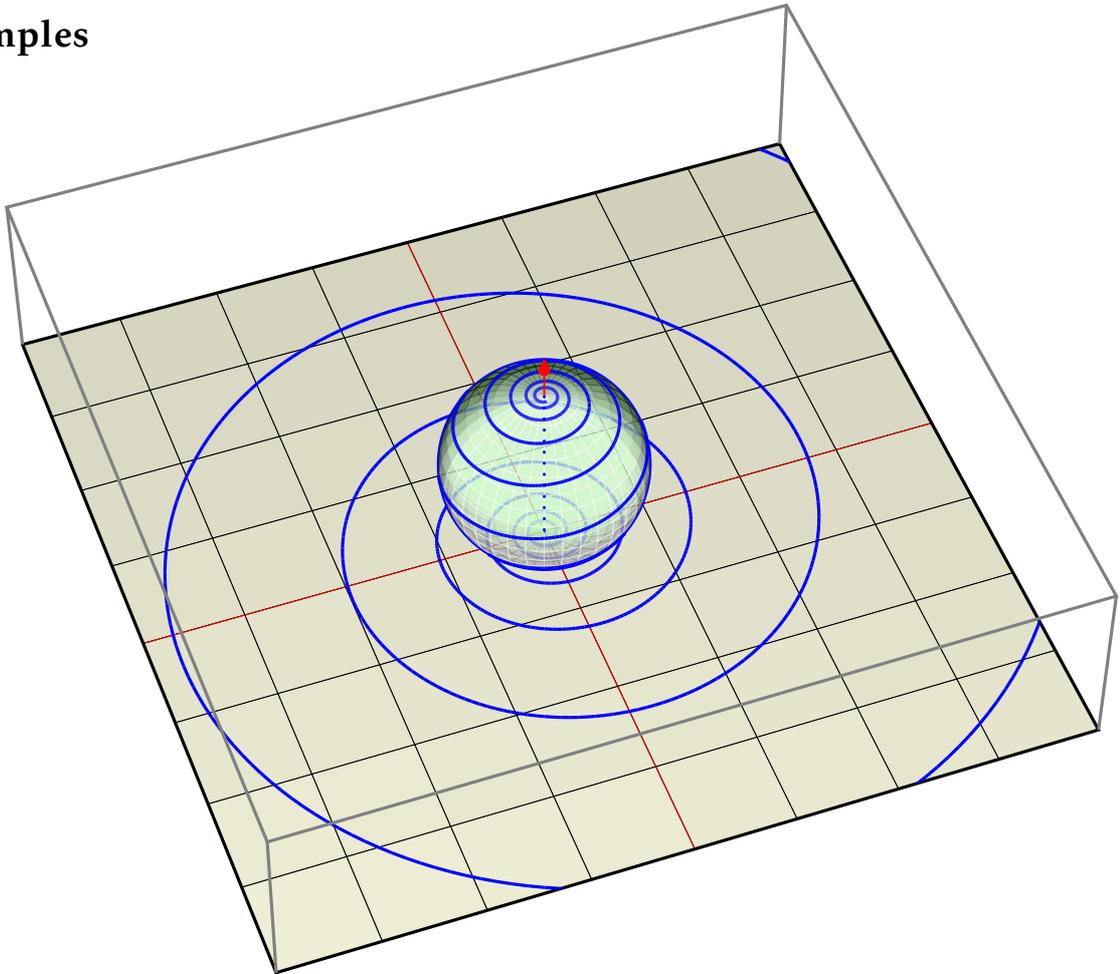
$$\begin{cases} X = ae^{bt} \cos(t) + X_C \\ Y = ae^{bt} \sin(t) + Y_C \end{cases}$$

### 3 La commande `\psInverseStereographicLogarithmicSpiral[options]`

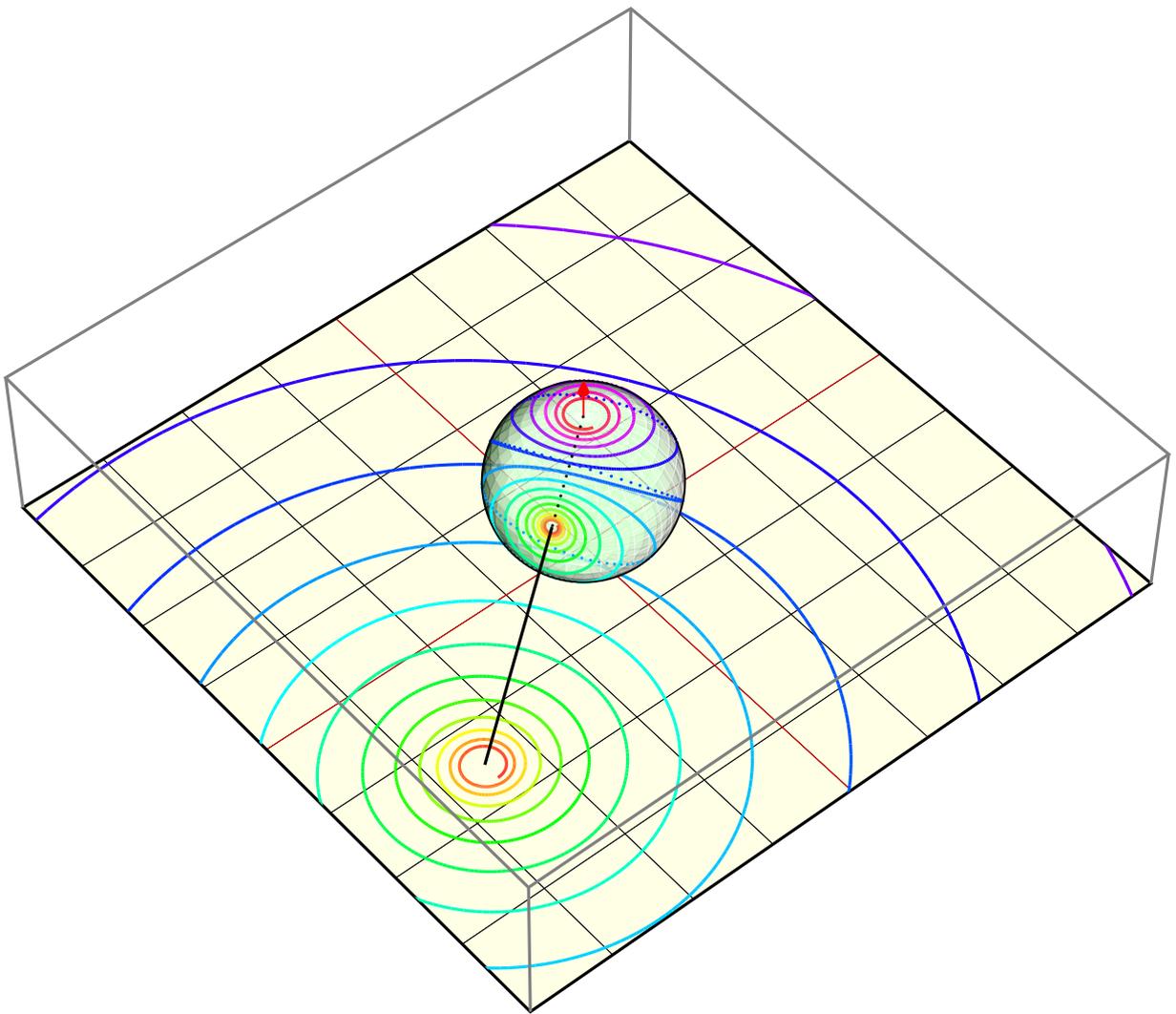
Elle permet de représenter la projection de la spirale. Elle possède les options suivantes, dont les valeurs par défaut sont indiquées :

1. `[a=0.2, b=0.1]`, les paramètres de la spirale doivent être fixés avec les options de `pst-solides3d`.
2. `[Origin=3 0]`, centre de la spirale dans le plan  $z = -1$ .
3. `Boundaries=-4 4 -4 4` : cadre limite du plan  $z = -1$ , où la spirale est dessinée.
4. `n=5` : nombre de tours de la spirale.
5. `IntervalBetweenTwoPoints=1` : les parties cachées seront visibles en pointillés sur la sphère, et il pourra être nécessaire de les espacer pour éviter une ligne continue. L'option `visibility=false` permet de ne pas dessiner les lignes cachées.
6. Le booléen `[HSB=true]`, permet de tracer les courbes aux couleurs de l'arc-en-ciel, avec `[HSB=false]` la couleur des spirales sera celle donnée par `linecolor=`.

## 4 Exemples



```
\begin{pspicture}(-8,-7)(7,5)
\psset{viewpoint=50 -20 50 rtp2xyz,Decran=70,lightsrc=60 -20 25 rtp2xyz,HSB=false}
\psInverseStereographicLogarithmicSpiral[a=0.1,b=0.1,Origin=0 0,n=10,
linewidth=1.5\pslinewidth,
visibility=false,linecolor=blue]
\end{pspicture}
```



```

\begin{pspicture}[showgrid=](-8,-7)(7,5)
\psset{viewpoint=50 -40 50 rtp2xyz,Decran=70,lightsrc=60 -20 45 rtp2xyz}
\psInverseStereographicLogarithmicSpiral[a=0.2,b=0.05,Origin=1.5 -2.5,n=15,
linewidth=1.5\pslinewidth,visibility=true]
\end{pspicture}

```