De belles courbes et des polyèdres avec PSTricks

manuel.luque27@gmail.com

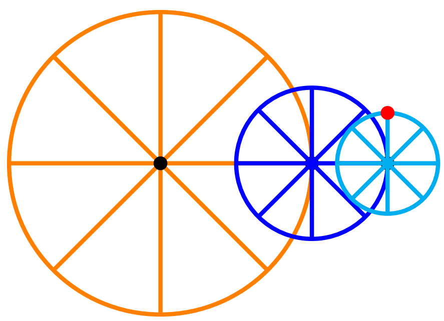
7 avril 2022

1 'Wheels on Wheels on Wheels-Surprising Symmetry' de Frank A. Farris

https://scholarcommons.scu.edu/math_compsci/5/

Dans un superbe article, très joliment illustré, Frank A. Farris raconte comment en concevant un exercice pour ses étudiants, il a dessiné la courbe définie par l'équation vectorielle :

$$(x,y)=\big(\cos(t),\sin(t)\big)+\frac{1}{2}\big(\cos(7t),\sin(7t)\big)+\frac{1}{3}\big(\sin(17t),\cos(17t)\big)$$



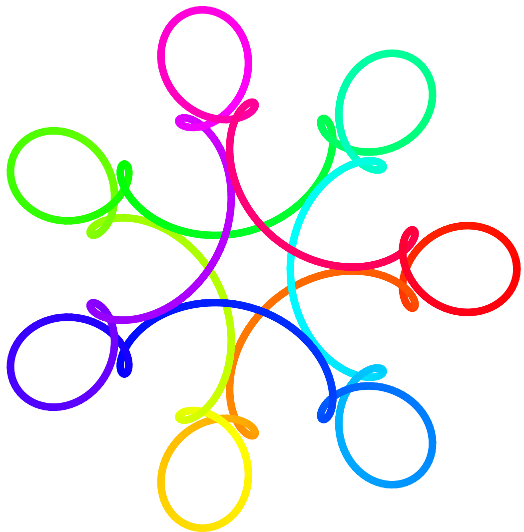
Frank A. Farris remarque que cette courbe a une symétrie d'ordre 6, un fait, d'après lui, que l'on ne devinerait probablement pas en regardant la formule. L'introduction de la notation complexe :

$$f(t)=x(t)+iy(t)=\mathrm{e}^{it}+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{7it}+\frac{i}{3}\mathrm{e}^{17it}$$

va lui permettre de démontrer, plus généralement, que la courbe résultante présentera une symétrie d'ordre m si les trois fréquences sont congruentes (mod m).
Frank A. Farris propose un autre bel exemple, qui fait l'objet d'un fichier qui lui est dédié.

$$f(t)=x(t)+iy(t)=\mathrm{e}^{-2it}+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{5it}+\frac{i}{4}\mathrm{e}^{19it}$$

En voici la courbe :



Créer la plus belle courbe par le choix de m, des fréquences et des coefficients, le nombre de termes n'étant pas limité à 3, pourrait faire l'objet d'un concours, une animation des roues serait appréciée.

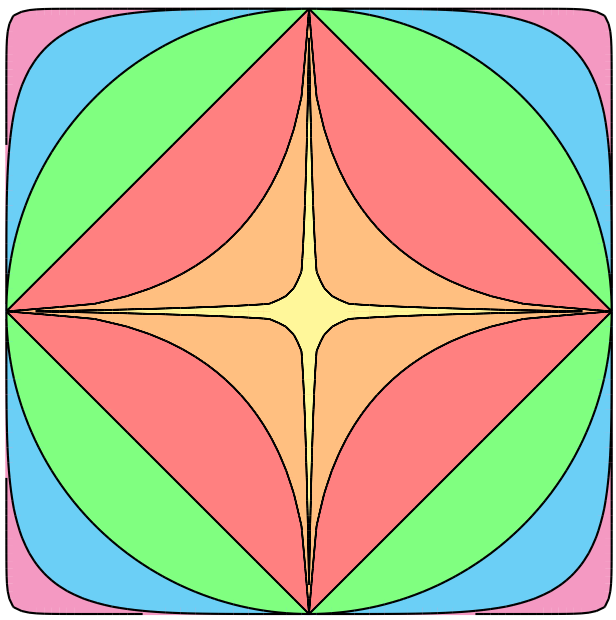
2 Le hors-série 81 de la revue tangente

https://www.tangente-mag.com/

Il est intitulé "Les distances". Dans ce numéro très riche en articles, je me suis intéressé à deux d'entre-eux afin de voir s'il était possible de réaliser les illustrations qui étaient proposées avec PSTricks.
Les deux articles sont de Robert Ferréol, qui est aussi l'auteur du renommé site : http://www.mathcurve.com.
Le premier intitulé "*Des boules dans le plan*" est la généralisation de la notion de distance dans le plan :
« Ce qu'on appelle *boule unité(fermée)*, notée $\mathrm{B}_p(\mathrm{O},1)$ et l'ensemble des points dont la distance à l'origine $\mathrm{O}(0,0)$ est inférieure ou égale à 1, ce qui correspond à la partie du plan limité par la courbe d'équation $|x|^p+|y|^p=1$ appelée courbe de Lamé. »

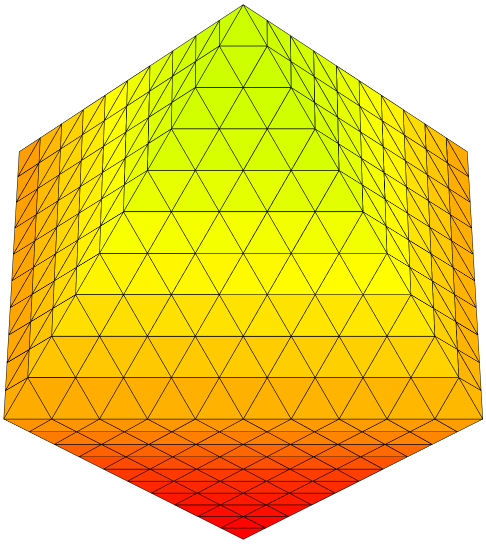
https://mathcurve.com/courbes2d/lame/lame.shtml

Voici pour $p\in\{0,25;0,5;1;2;5;30\}$

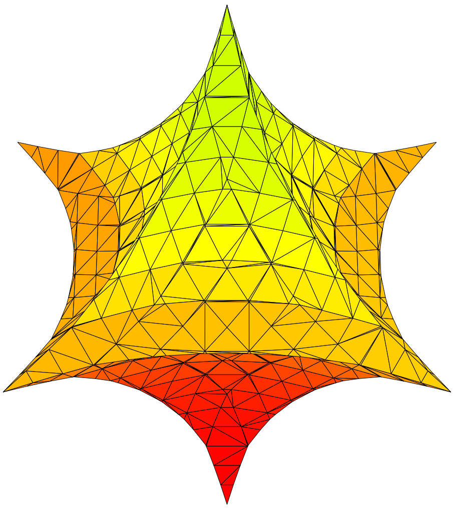


La seconde partie de cet article, sous-titrée "*Des polynômes réguliers*" : « Qu'obtient-on si l'on considère des combinaisons linéaires des coordonnées x et y ? » ne pose pas non plus de problème insoluble à leurs réalisations ave PSTricks.
Le deuxième article de Robert Ferréol est l'extension du premier dans $\mathbb{R}^3$:
« Si p est un réel strictement positif, on définit la norme N_p du vecteur de $\mathbb{R}^3$ par $N(x,y,z)=\left(|x|^p+|y|^p+|z|^p\right)^{1/p}$ »

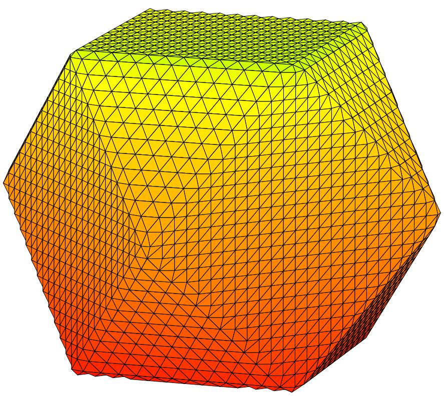
Les résultats sont ici moins convaincants par rapport à ceux de l'article réalisés avec Mathematica et/ou PovRay ? Mais restent acceptables :



$$|x|+|y|+|z|=1$$



$$\left(|x|^{2/3}+|y|^{2/3}+|z|^{2/3}\right)^{3/2}=1$$



$$\max(2|x|,2|y|,2|z|,|x+y+z|,|-x+y+z|,|x-y+z|,|x+y-z|)\leq 1$$