

Aréomètre

manuel.luque27@gmail.com

27/07/2020

1 Présentation

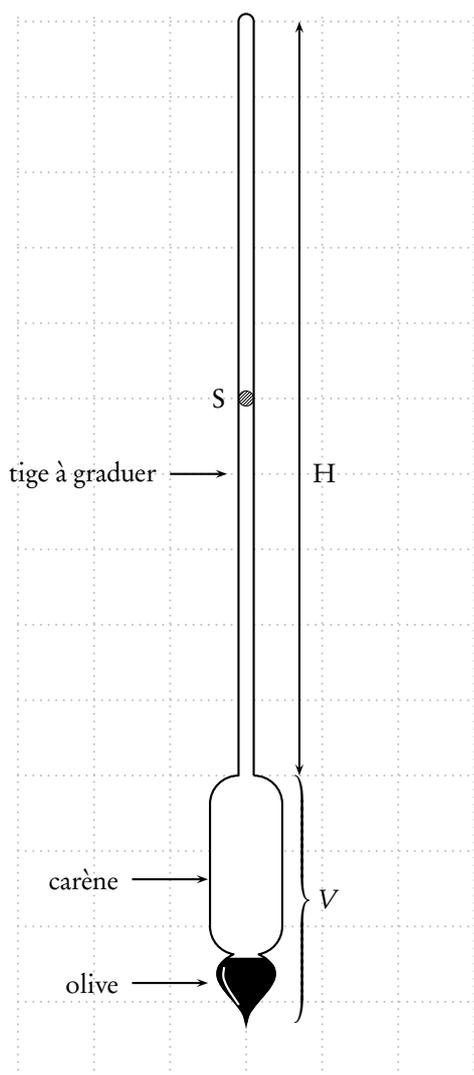


schéma de l'aréomètre

On trouve des descriptions de ce type d'appareil dans des ouvrages anciens. par exemple ce poème sur "Les poids et mesures" traduit par E.F. Corpet, 1845^a.

« Souviens-toi, en outre, d'un fait observé par les anciens, c'est que les différents liquides ont chacun une pesanteur déterminée. Ainsi, disent-ils, un setier rempli d'une onde pure ou des dons de Lyéus pèse une livre et un bès; ils ajoutent qu'un setier d'huile limpide pèse une livre et un sémis, et un setier de miel deux livres et demie. Et la justesse de cette remarque est facile à comprendre; car l'eau que roulent les fleuves voyageurs, l'eau qui dort au fond des puits, l'eau qui jaillit d'une source intarissable, n'ont pas le même poids: même différence entre le vin de la plaine et le vin des coteaux, entre les vins nouveaux et les vins vieux. La muse de la science pourra t'en convaincre à l'aide d'un instrument bien simple. On prend un cylindre d'argent ou de bronze, de peu d'épaisseur et de la longueur des entre-nœuds du roseau fragile; on le ferme en dedans par un petit bouchon de forme conique qui alourdit sa base, et le soutient droit sur l'eau, de sorte qu'il ne peut ni s'enfoncer tout entier ni tout entier flotter à la surface. On trace à l'extérieur une ligne légère qui descend de haut en bas, et qu'on partage horizontalement en autant de sections égales que le cylindre d'argent ou de bronze pèse de scrupules. Avec cet instrument, tu peux connaître le poids spécifique de toute espèce de liquide. Si le liquide est léger, une plus grande partie du cylindre s'enfoncera dans l'eau; s'il est lourd, tu verras rester hors de l'eau un plus grand nombre des degrés marqués au cylindre. Qu'on prenne un égal volume de deux liqueurs différentes, la plus dense pèsera davantage: pour que leur poids s'accorde, il faudra un plus fort volume de la plus légère de ces deux liqueurs. Si le cylindre s'enfonce de vingt et un degrés dans un liquide, et de vingt-quatre dans un autre, tu reconnaîtras que le premier liquide pèse une drachme (trois degrés) de plus que le second. Mais pour rétablir l'équilibre, pour que le liquide le plus dense remonte de ces trois degrés, il faut rapporter une quantité de liquide égale à celle que le long cylindre, en plongeant dans l'un ou dans l'autre, en a fait sortir. »

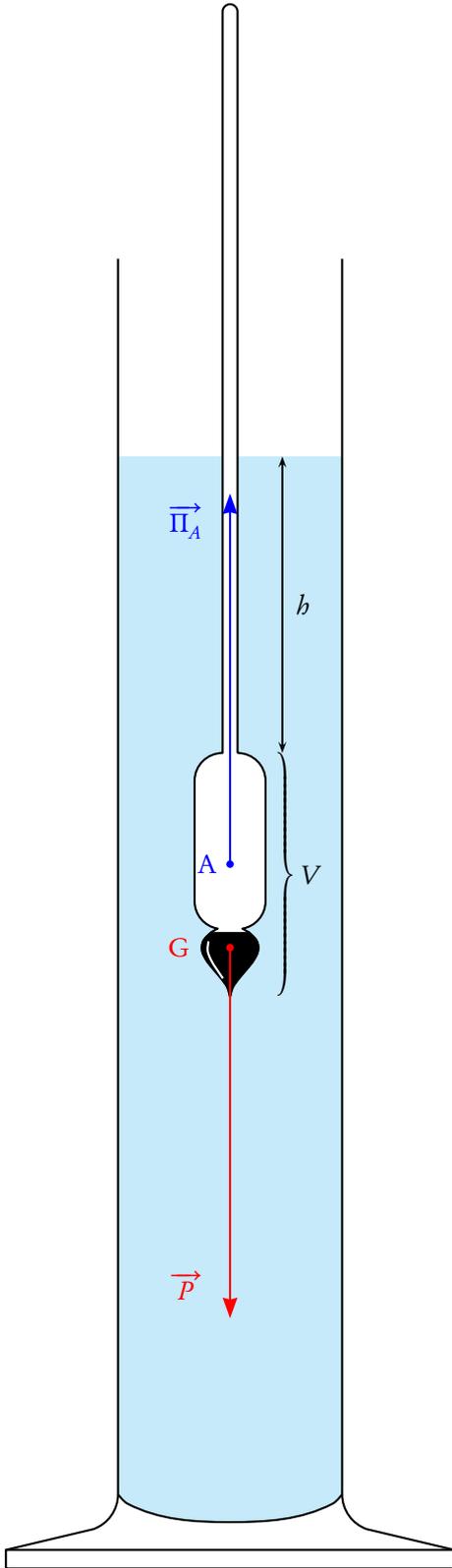
^a<http://remacle.org/bloodwolf/erudits/priscien/poids.htm>

On trouve aussi dans les œuvres complètes de Fermat, une lettre qui lui est adressée¹ dont voici copie d'un extrait :

« Cet Evêque (Synesius Evêque de Cyrene) écrit à la scavante Hypatia, qui estoit la merveille de son siecle, et laquelle enseignoit publiquement la Philosophie, avec l'admiration de tous les sçavans, dans la célèbre Ville d'Alexandrie. J'ay traduit cette Lettre du Grec en cette manière. Je me trouve si mal, que j'ay besoin d'un hydroscopie. Je vous prie d'en faire faire un de cuivre, et de me l'acheter. C'est un tuyau en forme de Cylindre, qui a la figure et la grandeur d'une fleute; sur sa longueur il porte une ligne droite, qui est coupée en travers par de petites lignes, par lesquelles nous jugeons du poids des eaux. L'un des bouts est convert d'un cone, qui est pose également dessus, en telle sorte que le tuyau et le cône out une même base. L'on appelle cet instrument Baryllion. Si on le met dans l'eau par la pointe il y demeurera debout, et l'on peut aisément compter les sections qui coupent la ligne droite, et par la l'on connoit le poids de l'eau. Cet instrument servoit pour examiner le poids des différentes eaux pour l'usage des malades; car les Medecins sont d'accord que les plus légères sont les meilleures; »

¹https://fr.wikisource.org/wiki/Page:%C5%92uvres_de_Fermat,_Tannery,_tome_1,_1891.djvu/412

2 Principe des mesures



Principe : l'aréomètre plonge dans un liquide de densité d . Le volume noté V comprend le volume de la carène et celui de l'olive (on verra plus loin comment le déterminer ainsi que la section de la tige). La hauteur de la partie immergée de la tige est notée h et la section de la tige S . L'appareil est en équilibre : son poids \vec{P} et la poussée d'Archimède due au liquide $\vec{\Pi}_A$ se compensent.

Plongeons successivement l'aréomètre dans l'eau (masse volumique ρ_0), on note la hauteur de la partie immergée de la tige h_0 , puis dans un liquide de masse volumique ρ la hauteur de la partie immergée est h . Les conditions d'équilibre dans les deux cas s'écrivent en notant M la masse de l'appareil :

$$Mg = \rho_0 g(V + Sh_0) \quad \text{et} \quad Mg = \rho g(V + Sh)$$

On en déduit la densité du liquide $\frac{\rho}{\rho_0}$.

$$\rho(V + Sh) = \rho_0(V + Sh_0) \implies d = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V + Sh_0}{V + Sh}$$

On pourra conserver les unités adaptées à ces mesures : V en cm^3 , h et h_0 en cm.

Détermination du volume V et de la section S : j'emprunte cette idée à Henri Bouasse dans "Hydrostatique" (Delagrave 1923). Supposons que le liquide (dans la seconde manipulation) soit de l'éthanol de densité $d = 0.789$. La masse (M) de l'aréomètre s'obtient par simple pesée. Reprenons les deux équations en extrayant S dans chacune d'elles.

$$\left(\frac{M}{\rho_0} - V\right) \frac{1}{h_0} = \left(\frac{M}{\rho} - V\right) \frac{1}{h}$$

On en déduit le volume V en fonction de la densité du liquide :

$$V = \frac{M(dh - h_0)}{d(h - h_0)}$$

Par exemple si la masse de l'appareil est $M = 50$ g, si les hauteurs immergées sont $h = 20$ cm pour l'éthanol de densité $d = 0.789$ et $h_0 = 10$ cm pour l'eau, on trouve $V = 36.6$ cm^3 .

Pour la section, on exprime le volume dans chacune des 2 équations initiales :

$$\frac{M}{\rho_0} - Sh_0 = \frac{M}{\rho} - Sh \implies S = \frac{M}{h - h_0} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right)$$

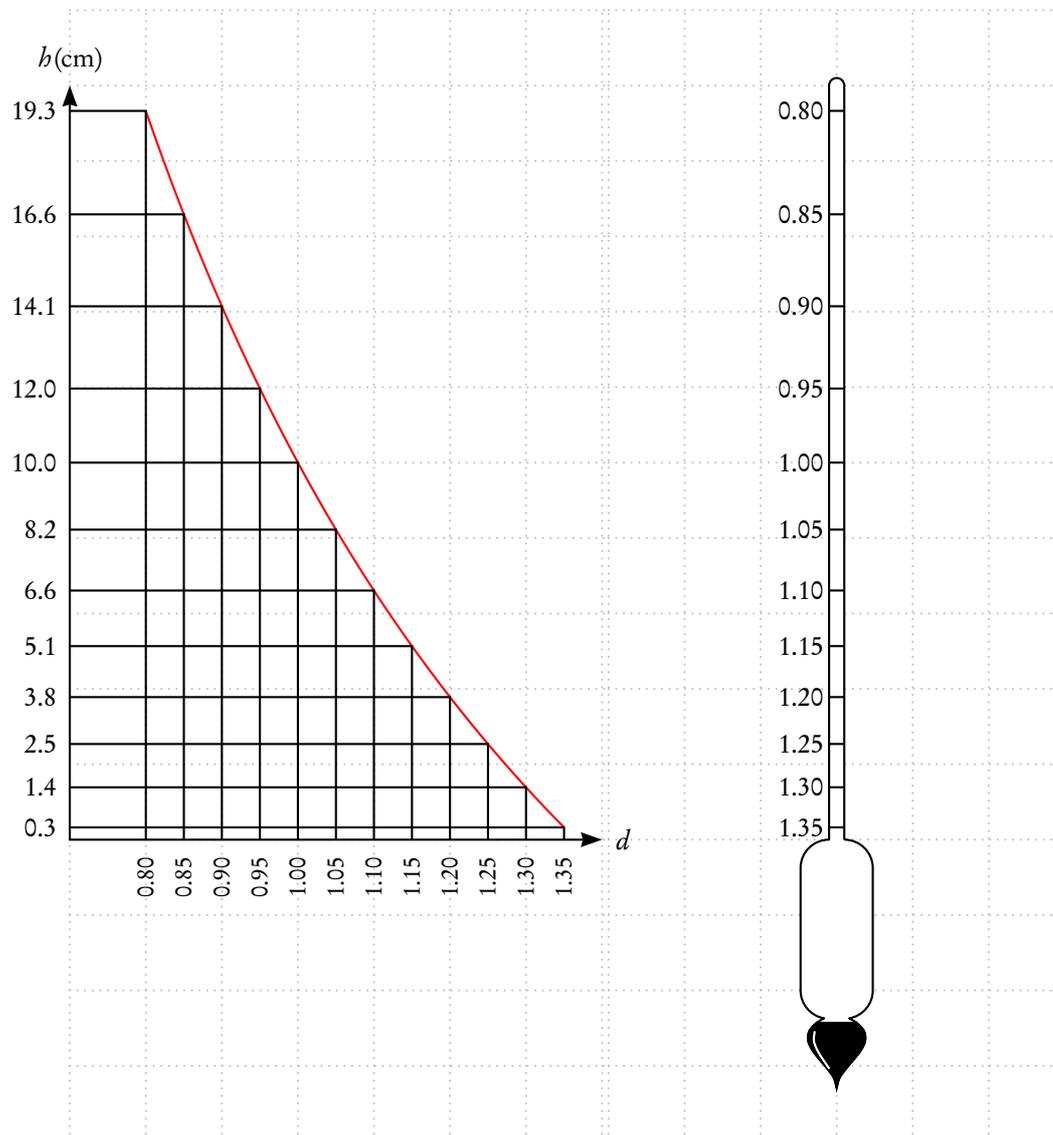
Avec les données précédentes on obtient $S = 1.34$ cm^2 , soit un rayon $r = 6,5$ mm.

3 Graduation de la tige

On veut que la tige donne directement la densité du liquide dans lequel l'aréomètre est plongé. Il nous faut donc connaître la hauteur de la partie immergée de la tige en fonction de la densité. Cette relation se déduit de la condition d'équilibre :

$$h = \frac{M - dV}{dS}$$

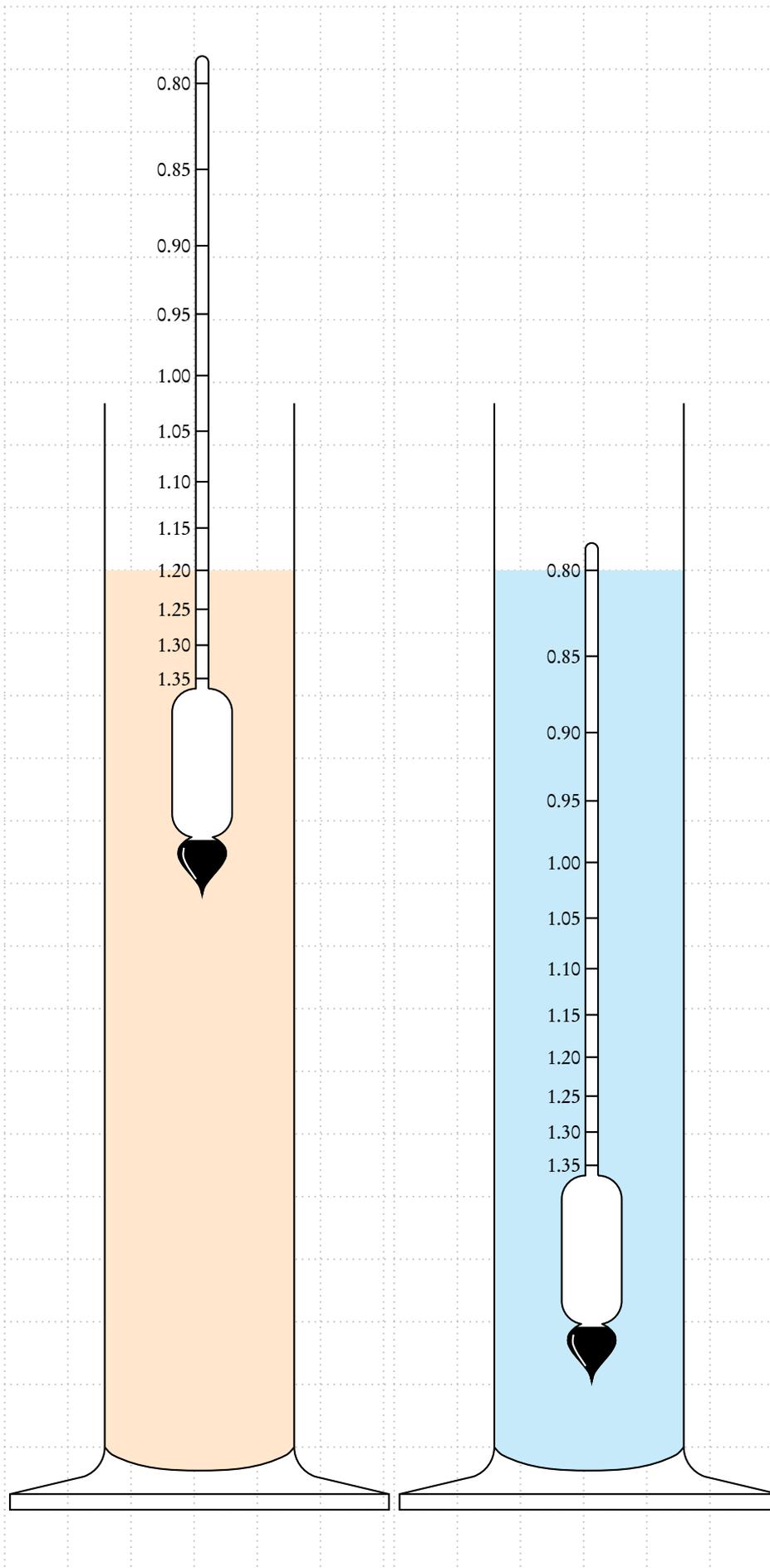
Donnons la hauteur en fonction de la densité, avec $0.80 < d < 1.35$ en faisant varier celle-ci avec un pas de 0,05.

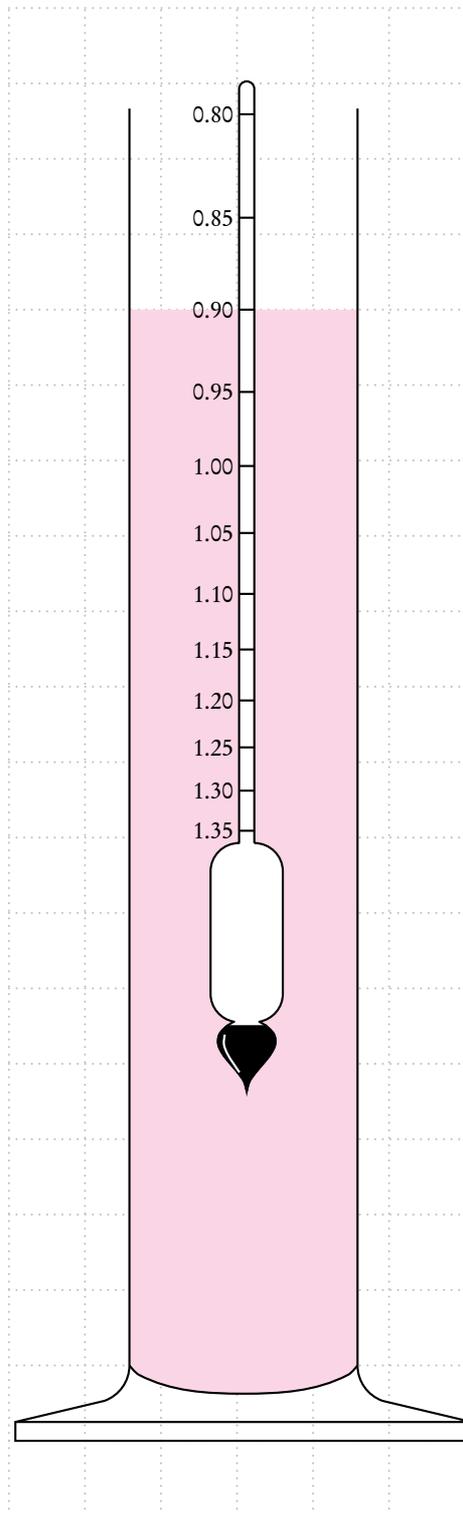


La tige est graduée, l'aréomètre est près à fonctionner dans cette gamme de densités. Une hauteur de 20 cm correspond à la densité choisie pour déterminer volume et section ($d=0.789$).

4 L'aréomètre dans différents liquides avec la commande `\psHydrometer`

Cette commande ne demande que deux paramètres, la densité et la couleur du liquide, par exemple :
`\psHydrometer{1.2}{orange!20}`.





```

\begin{pspicture}(-3,-12)(3,8)
\psset{unit=0.5}
\psHydrometer{0.9}{red!20}
\end{pspicture}

```